

Base de Conhecimento de Professores de Matemática: do Genérico ao Especializado

Mathematic Teachers' knowledge Basis: from the Generic to the Specialized

Jeferson Gomes Moriel Junior^{a*}; Gladys Denise Wielewski^{bc}

^aInstituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso, MT, Brasil.

^bUniversidade Federal de Mato Grosso, Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação. MT, Brasil.

^cRede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação em Ciências e Matemática. Cuiabá, MT, Brasil.

*E-mail: jeferson.moriel@cba.ifmt.edu.br

Recebido em: 24/01/2017; Aceito em: 27/03/2017

Resumo

Diversos pesquisadores se apoiaram na premissa de que existe uma base de conhecimentos necessários para se ensinar – *knowledge base* – para convalidar um *corpus* de saberes/conhecimentos mobilizados pelo professor no ato educativo, visando sua incorporação em cursos de preparação docente, dando origem a diversos modelos teóricos para descrever o referido conjunto de conhecimento. Entretanto, os modelos mais difundidos na literatura são genéricos e não dizem respeito a determinada disciplina, como a Física, Biologia, Geografia, ou a Matemática. Este artigo tem por objetivo discutir o atual estado do desenvolvimento dos modelos teóricos, que descrevem o conhecimento necessário para um professor ensinar Matemática. Para tanto, realizou-se um estudo analítico-interpretativo de três modelos teóricos, partindo do genérico e culminando no especializado, quais sejam: a tipologia de Lee Shulman, o *Mathematical Knowledge for Teaching* e o *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*. Os resultados indicam que o *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* – com seus dois domínios, seus seis subdomínios e as crenças nucleares – é atualmente o modelo teórico que responde com maior profundidade, clareza e consistência interna a pergunta: qual é o conjunto de conhecimentos especializados, que deve ter um professor para ensinar matemática? Este modelo teórico reforça que ser professor de matemática exige a construção de uma gama de conhecimentos que são altamente especializados, o que por sua vez implica em uma formação igualmente especializada, na valorização da profissão e na criação/manutenção de condições adequadas de preparação e trabalho.

Palavras-chave: Conhecimento de Professores de Matemática. MKT. MTSK.

Abstract

Several researchers are based on the premise that there is a knowledge basis necessary to teaching to validate a corpus of knowledge mobilized in the Teacher's practice, aiming at their incorporation into Teacher's preparation courses, giving rise to different models to describe such set of knowledge. However, the most widespread models in the literature are generic and do not relate to a particular discipline, such as Physics, Biology, Geography or Mathematics. This article aims to discuss the current state of development of theoretical perspectives on the knowledge necessary for a mathematics Teacher. To do so, an analytical-interpretative study was performed of three theoretical models, starting from the generic and culminating in the specialized, that are: the typology of Lee Shulman, the *Mathematical Knowledge for Teaching* and the *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*. The results indicate that *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* - its two domains, its six subdomains and nuclear beliefs - is the theoretical model that responds in greater depth, clarity and internal consistency the question: what is the set of specialized knowledge that is necessary to develop a mathematics Teacher? This theoretical model reinforces that being a mathematics Teacher requires the construction of a range of knowledge that is highly specialized, which in turn implies an equally specialized training, in the valuation of the profession and in the creation / maintenance of adequate conditions of preparation and work.

Keywords: *Mathematics Knowledge Teacher. MKT. MTSK.*

1 Introdução

A busca de superação dos problemas na formação docente teve sua origem fomentada fortemente pela crítica aos pressupostos do modelo da racionalidade técnica, que orientavam a concepção e organização de cursos nos anos 1980. Inseridos no movimento de reforma educacional, diversos pesquisadores se apoiaram na premissa de que existe uma *base de conhecimentos necessários para se ensinar* – referência ao *knowledge base* (SHULMAN, 1986) – e têm buscado convalidar um *corpus* de saberes/conhecimentos mobilizados pelo professor no ato educativo, visando a

incorporação em cursos de preparação docente. Isto tem dado origem à concepção de diferentes tipologias sobre o conhecimento que um professor deve ter para ensinar, a exemplo das propostas por Lee Shulman (1986), Clermont Gauthier (1998) e Maurice Tardif (2007). Dentre todas elas, a proposta por Shulman (1986) tem sido a mais difundida e utilizada como fundamento teórico na preparação docente e, sobretudo, em pesquisas, acumulando mais de 17 mil citações em estudos acadêmico-científicos das mais diversas áreas da Educação. Tal perspectiva teórica tem impacto importante na Educação Matemática (MORIEL JUNIOR, 2014), entretanto há limites da mesma para avançar na caracterização, quando

se trata desta disciplina em particular, bem como de outras a exemplo da Biologia ou Física. A limitação reside, justamente, no fato de ser uma teoria genérica e não dizer respeito a uma determinada matéria, algo que dificulta a análise mais refinada e a compreensão aprofundada do conhecimento, que é específico e especializado para ensinar determinado conteúdo. A partir desta constatação, pode-se questionar: qual modelo teórico, atualmente, permite uma análise e descrição mais detalhada, rica e profunda de conhecimentos mobilizados por um professor de Matemática?

Este artigo tem por objetivo discutir o atual estado de desenvolvimento em relação aos modelos teóricos, que descrevem o conhecimento necessário para um professor ensinar Matemática, a partir da análise da construção de três dos modelos teóricos de maior destaque na área da Educação Matemática, quais sejam: a tipologia de Shulman, o *Mathematical Knowledge for Teaching* – MKT e o *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* – MTSK.

2 Desenvolvimento

2.1 Metodologia

Trata-se de uma investigação qualitativa de cunho analítico-interpretativo, caracterizada como pesquisa bibliográfica (FIORENTINI; LORENZATO, 2006), sobre a construção ou desenvolvimento de três dos modelos teóricos de maior destaque na Educação Matemática: a tipologia de Shulman, o *Mathematical Knowledge for Teaching* – MKT e o *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* – MTSK. A fonte dos dados deste trabalho é um conjunto de produções científicas sobre os referidos modelos, que se configura como amostra intencional selecionada por satisfazer dois critérios: pertinência das informações (apresenta o modelo teórico e fornece elementos sobre sua elaboração) e autoria (escrito pelo criador ou criadores dos modelos teóricos investigados). O corpus constituído incorpora os principais trabalhos de referência sobre os modelos analisados (Quadro 1), além de publicações, que complementam tais informações (como é o caso de teses, que usaram tais modelos ou pesquisadores renomados, que que fizeram referência a algum modelo).

Quadro 1: Principais produções que compuseram a amostra investigada

Modelo Teórico	Referências principais
Shulman	Shulman (1986, 1987)
MKT	Ball e Bass (2002); Ball, Hill e Bass (2005); Ball Thames e Phelps (2008); e Ball Schilling (2008)
MTSK	Carrilo <i>et al.</i> (2014); Carrillo <i>et al.</i> (2013); Escudero, Flores e Carrillo (2012); Montes, Contreras e Carrillo (2013); e Sidm (2016)

Fonte: Dados da pesquisa.

A análise dos dados ocorreu por meio de leituras sucessivas das referidas produções e de comparações sistemáticas entre as informações ali expressas, de modo a estabelecer semelhanças e diferenças entre as categorias e características principais de cada modelo, bem como identificar os elementos que informam sobre o desenvolvimento de cada um, tendo em vista os seguintes questionamentos: como o conteúdo das categorias de um influenciou na configuração das categorias do outro? Qual o nível de superação dos problemas internos e externos de um para o outro? Qual a mudança no nível de detalhamento e de especialização para a área da Educação Matemática que ocorreu de um modelo a outro?). Para validar as inferências foram utilizados trechos das produções.

Cabe ressaltar que os resultados desta pesquisa são fruto da análise desta amostra e não pretendem esgotar as demais possibilidades de modelos teóricos sobre o conhecimento de professores.

2.2 O desenvolvimento de modelos sobre conhecimento de professores de matemática

Na década de 1980, Lee Shulman proporcionou um grande avanço na área ao propor três categorias novas – conhecimento do conteúdo (SMK)¹; conhecimento curricular (CK); conhecimento didático do conteúdo (PCK) – indo além das dimensões já consolidadas, em cursos de formação docente à época (Conhecimento pedagógico geral, com especial referência aos grandes princípios e estratégias de gerenciamento de sala de aula e organização, que parecem transcender o conteúdo; Conhecimento dos alunos e as suas características; Conhecimento dos contextos educativos, que vão desde trabalhos em grupo ou sala de aula, a gestão e o financiamento dos distritos escolares até as características de comunidades e culturas; Conhecimento de fins educacionais, propósitos e valores, e as suas bases filosóficas e históricas) (SHULMAN, 1986, 1987).

O *conhecimento do conteúdo* (SMK) envolve conhecimento do assunto a ser ensinado e as suas estruturas de organização. Engloba conhecer o que é cada conceito matemático, a justificativa de cada um deles, quando e como podem ser utilizados, como eles se relacionam entre si, tanto dentro da disciplina como fora, tanto na teoria como na prática (SHULMAN, 1986).

A categoria *conhecimento didático do conteúdo* (PCK) foi a que mais impactou a Educação como um todo, ao caracterizar um tipo de conhecimento próprio dos professores e que se distingue do modo de pensar inerente aos especialistas da disciplina, atribuindo consequentemente identidades profissionais diferentes para professores de física e físicos, professores de biologia e biólogos, por exemplo. Nesta categoria estão incluídas:

¹ Utilizamos em todo o artigo as siglas originais oriundas da língua inglesa.

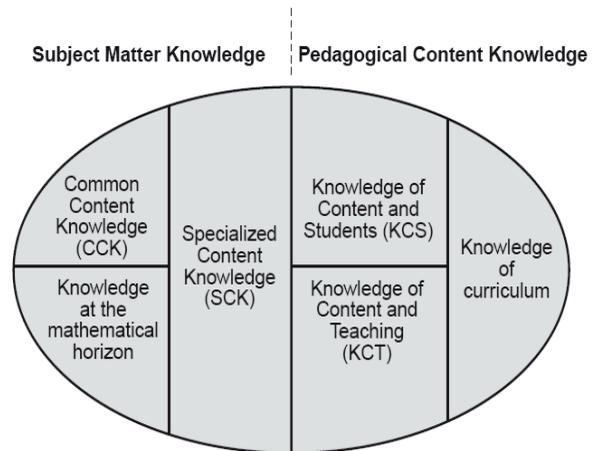
[...] para a maioria dos tópicos regularmente ensinados de uma área específica de conhecimento, as representações mais úteis de tais ideias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações [...] também inclui uma compreensão do que torna a aprendizagem de tópicos específicos fácil ou difícil: as concepções e pré-concepções que estudantes de diferentes idades e repertórios trazem para as situações de aprendizagem [...] (SHULMAN, 1986, p.9, tradução nossa).

A definição de PCK supera a ideia de que para ensinar é necessário somente dominar o conteúdo e avança no sentido de uma combinação entre o conhecimento da matéria da disciplina e o conhecimento de como ensiná-la, visando torná-la mais compreensível para o aluno, incluindo os modos de apresentá-la e de abordá-la. Inclui também as concepções, crenças e conhecimentos dos estudantes sobre a disciplina.

A categoria do *conhecimento curricular* (CK) diz respeito ao conjunto de conteúdos, que devem ser ensinados em determinados níveis de escolarização, a variedade de recursos didáticos possíveis de serem utilizados para a aprendizagem pretendida em relação àquele conteúdo (SHULMAN, 1986).

O modelo proposto por Shulman descreve, de modo geral, o conhecimento necessário para ensinar, porém sem focalizar uma determinada área como a Física, Geografia ou Matemática que é o nosso foco. Diante disso, Deborah Ball e seus colaboradores desenvolvem um refinamento das categorias de Shulman e propõem a teoria *Mathematical Knowledge for Teaching – MKT*: Para representar as hipóteses expressas, propõe-se um refinamento das categorias de Shulman (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). A elaboração deste modelo sobre o conhecimento matemático, que professores de matemática precisam para realizar seu trabalho foi apoiado por uma exaustiva análise de vídeos da prática docente (BALL; BASS, 2002; BALL; HILL; BASS, 2005; BALL; THAMES; PHELPS, 2008; HILL; BALL; SCHILLING, 2008). Isto deu origem a uma reconfiguração, dando ênfase a duas categorias de Shulman: o *conhecimento do conteúdo* (SMK) e o *conhecimento didático do conteúdo* (PCK). A primeira delas foi subdividida em *conhecimento comum do conteúdo* (CCK), *conhecimento especializado do conteúdo* (SCK) e, posteriormente, nela foi inserido o *conhecimento no horizonte matemático* (HCK). E a segunda foi subdividida em *conhecimento de conteúdos e estudantes* (KCS), *conhecimento de conteúdos e ensino* (KCT) e, posteriormente, nela foi incorporado o *conhecimento do currículo* (KC). A Figura 1 ilustra a correspondência entre os domínios propostos por Hill, Ball e Schilling (2008) e Shulman (1986).

Figura 1: Categorias do *Mathematical Knowledge for Teaching – MKT*



Fonte: Hill, Ball e Schilling (2008).

O *conhecimento comum do conteúdo* (CCK) diz respeito ao conteúdo matemático esperado que uma pessoa adulta, bem-educada matematicamente saiba, como, por exemplo, calcular uma subtração do tipo $307 - 168$. Além disso, inclui conhecer “quando os alunos dão respostas erradas, reconhecer que o livro tem uma definição imprecisa, ser capaz de usar termos e notação corretamente, quando fala e escreve na lousa. Em suma, é o conhecimento que professores precisam para fazer o trabalho que estão propondo a seus alunos” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 6, tradução nossa). Também pode ser relacionado às áreas não matemáticas, ao ser “descrito como o conhecimento que é usado no trabalho de ensino de modo comum à forma como ele é usado em muitas outras profissões ou ocupações que também usam matemática” (HILL; BALL; SCHILLING, 2008, p.377, tradução nossa).

O *conhecimento especializado do conteúdo* (SCK) vai além do que se espera de conhecimento de um adulto bem-educado, trata-se do conhecimento matemático que permite aos professores se envolver em tarefas de ensino,

incluindo modos de representar fielmente as ideias matemáticas, fornecer explicações matemáticas de regras e procedimentos comuns, examinar e compreender os métodos de soluções inusitadas para os problemas (HILL; BALL; SCHILLING, 2008, p.377, tradução nossa).

Tanto o conhecimento comum (CCK), quanto o especializado (SCK) dizem respeito ao conhecimento matemático, mas sem envolver conhecimento sobre estudantes e ensino. Em comparação ao modelo de Shulman, o CCK é o *conhecimento do conteúdo* (SMK) e o SCK é uma conceptualização feita por Ball e seu grupo (HILL; BALL; SCHILLING, 2008).

Neste modelo, o *conhecimento no horizonte matemático* – HCK é constituído por quatro elementos: “uma sensação do ambiente matemático em torno do ‘local’ atual na instrução; grandes ideias e estruturas disciplinares; práticas matemáticas importantes; valores e sensibilidades matemáticas fundamentais” (BALL; BASS, 2009, p. 6, tradução nossa).

Do lado direito do modelo, foi alocado o *conhecimento do currículo* (KC), conforme proposto por Shulman (1986) ao definir o *conhecimento curricular* (CK). O *conhecimento de conteúdo e estudantes* (KCS) é definido como:

[...] conhecimento do conteúdo entrelaçado com o conhecimento de como os alunos pensam, sabem ou aprender este conteúdo particular. KCS é usado em tarefas de ensino que envolvem a participação do conteúdo específico e de algo especial sobre os alunos, por exemplo, como os alunos aprendem tipicamente para adicionar frações e os erros ou equívocos que comumente surgem durante este processo. Ao ensinar os alunos a somar frações, um professor pode estar ciente de que os alunos, que muitas vezes têm dificuldade com a natureza multiplicativa de frações, podem somar os numeradores e denominadores das duas frações. Tal conhecimento pode ajudá-lo na criação da instrução para resolver este provável problema. Ao pensar sobre a forma como os alunos podem resolver um problema como $56 + 9$, para usar outro exemplo, um professor pode saber que alguns alunos irão contar, alguns vão adicionar 10 e depois compensar subtraindo 1, e outros ainda vão usar um algoritmo padrão (HILL; BALL; SCHILLING, 2008, p.375, tradução nossa).

Em relação ao *conhecimento de conteúdo e ensino* – KCT, Ball e seus colaboradores esclarecem que se trata de:

conhecimento que combina saber sobre o ensino e saber sobre matemática. [...] Os professores precisam de uma sequência de conteúdo específico para a instrução, decidindo com qual exemplo começará e quais exemplos usará para os alunos se aprofundarem no conteúdo. Eles precisam avaliar as vantagens e desvantagens instrucionais das representações usadas para ensinar uma ideia específica. Durante uma discussão em sala de aula, eles tem de decidir quando pedir mais esclarecimentos, quando usar a observação de um aluno para fazer um apontamento matemático, quando fazer uma nova pergunta ou constituir uma nova tarefa para promover a aprendizagem dos alunos. Cada uma delas requer uma interação entre uma compreensão matemática específica e uma compreensão das questões pedagógicas que afetam a aprendizagem do aluno (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p.9, tradução nossa).

Para esclarecer a diferença entre alguns domínios do modelo MKT, pode-se exemplificar da seguinte forma:

reconhecer uma resposta errada é um conhecimento comum do conteúdo (CCK); dimensionar rapidamente a natureza de um erro, especialmente aqueles que não são familiares, é um conhecimento especializado do conteúdo (SCK); ter familiaridade com os erros comuns e saber por que diversos alunos os cometem é um conhecimento de conteúdo e de estudantes (KCS); selecionar uma abordagem de ensino que seja eficiente para superar certas dificuldades e/ou explorar certos aspectos de um conteúdo é um conhecimento do conteúdo e de seu ensino (KCT) (RIBEIRO, 2012, p.542).

Há que se destacar o pioneirismo do MKT em descrever o conhecimento mobilizado por professores de matemática em sua prática, destacando o papel do conteúdo matemático, ao mesmo tempo, em que considera aspectos relacionados ao processo de ensino, como a aprendizagem dos alunos, o currículo, dentre outros. Este modelo foi o primeiro a considerar o “conhecimento matemático a partir do ponto

de vista do ensino, incluindo o conhecimento da estrutura da matéria, as regras que regem como ele funciona e uma reflexão cuidadosa sobre o conteúdo e as suas relações” (CARRILLO *et al.*, 2013, p.1, tradução nossa). Entretanto, o grupo SIDM² coordenado por José Carrillo identificou limitações do MTK ao tentar utilizá-lo em estudos doutorais sobre o conhecimento de professores de matemática, algumas delas reconhecidas por Deborah Ball e seus colaboradores (CARRILLO *et al.*, 2013). Os problemas estão relacionados à delimitação dos subdomínios *conhecimento especializado de conteúdo* (SCK) e *conhecimento comum do conteúdo* (CCK), a saber:

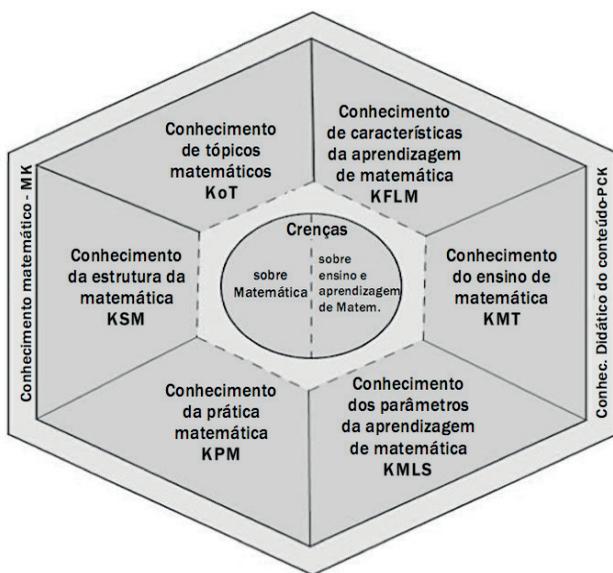
1) A dificuldade em decidir onde termina CCK e começa SCK, como um resultado da própria definição de CCK. Em resumo, CCK é definido como aquele conhecimento possuído por qualquer pessoa educada para o nível correspondente em análise (Ball *et al.*, 2008). Desta forma, embora o modelo de MKT seja baseado na observação, a fim de decidir se o conhecimento que sustenta a ação de um professor durante um episódio de ensino corresponde a CCK ou não, é preciso compará-lo com o conhecimento hipotético de alguém em um nível hipotético da educação, sem saber nada sobre a prática da pessoa educada ou seu conhecimento típico, mas em vez disso, um compêndio de conhecimento desejável elaborado a partir de vários currículos. Assim, por exemplo, não é claro se SCK ou CCK é invocada para explicar por que o mesmo denominador é necessário para a adição ou subtração de frações (mas não no caso da multiplicação ou de encontrar o quociente, embora isto possa levar-nos a um algoritmo alternativo). Decidir se tal conhecimento é típico de um indivíduo bem-educado envolve um elevado grau de especulação. Portanto, parece-nos mais razoável definir CCK intrinsecamente, isto é, referindo-se exclusivamente ao próprio conhecimento matemático, sem referência a outras profissões ou qualificações.

2) A dificuldade de demarcar/distinguir SCK de HCK, e SCK de KCS, de novo como resultado de a definição de SCK. SCK é entendida como uma forma de pensar sobre a matemática que só ocorre quando considerado como algo a ser ensinado. No entanto, às vezes é difícil determinar se esta reflexão refere-se às relações entre o item a ser ensinado e outros (HCK) ou para o aprendizado do item (KCS). Neste caso, podemos considerar o exemplo da propriedade comutativa em relação a diferentes objetos. Em primeiro lugar, vamos considerar esta propriedade em relação à adição e multiplicação de números naturais. Apesar de ambas as operações de cumprirem esta propriedade para este conjunto numérico particular, do ponto de vista do seu significado, podemos dizer que a adição é semanticamente comutativa, mas não a multiplicação em geral (adicionar ou unir dois elementos e, em seguida, 3 é o mesmo qualquer que seja a ordem; porém, considerar três grupos de dois elementos não é a mesma de considerar dois grupos de três elementos). Essa diferença sutil, afeta o modo como cada caso é percebido, e diz respeito a como cada um é aprendido. Agora, vamos considerar a propriedade em relação à multiplicação de matrizes. Neste caso, a comutatividade não ocorre geralmente, exceto no caso de matrizes quadradas em que a operação pode ser feita de qualquer forma (embora estas matrizes não cumpram a propriedade comutativa também). Este fato diferencia a multiplicação de matrizes da de números, e o conhecimento dessa diferença implica associar ambos os contextos, o que diríamos fazer parte do HCK. Além disso, ele fornece uma explicação matemática para um erro de estudante comum em matrizes de multiplicadores, que associa com KCS (CARRILLO *et al.*, 2013, p.2-3, tradução nossa).

2 Intitulado Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática – SIDM.

Visando superar as limitações identificadas no MKT, José Carrillo e o grupo SIDM propõem a elaboração de outro marco teórico, considerando as principais caracterizações, tipologias e modelos anteriores (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; ROWLAND, 2013; SHULMAN, 1986) e avançando em relação aos limites neles detectados (ESCUADERO; FLORES; CARRILLO, 2012; MONTES; CONTRERAS; CARRILLO, 2013; MORIEL JUNIOR; CARRILLO, 2014; SOSA; AGUAYO; HUITRADO, 2013). O resultado foi a configuração do modelo teórico intitulado *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* – MTSK, que traz consigo a perspectiva de que todo conhecimento nele contido deve ser especializado, ao invés de ter apenas uma parte com tal característica (como ocorre no MKT). Deste modo, ele é constituído por dois domínios – *Conhecimento matemático* (MK) e *Conhecimento didático do conteúdo* (PCK) – estando cada um deles dividido, em três subdomínios (Figura 2, com as siglas originais da língua inglesa), os quais são detalhados a seguir. No centro estão as crenças dos professores sobre a Matemática, seu ensino e aprendizagem, as quais permeiam todos os subdomínios, pois elas dão sentido às ações.

Figura 2: Modelo MTSK



Fonte: Baseadi em Carrillo *et al.* (2014).

Os subdomínios do *Conhecimento Matemático* (MK) são definidos da seguinte forma (CARRILLO *et al.*, 2014; SIDM, 2016):

a) O *conhecimento dos tópicos matemáticos* (KoT) envolve conhecimento de aspectos fenomenológicos, significados de definições, de conceitos e de procedimentos matemáticos, juntamente com seus fundamentos teóricos correspondentes, bem como exemplos (e seriam incluídos contraexemplos também) que caracterizem aspectos do tópico abordado. Refere-se também ao conteúdo da disciplina de matemática contido em manuais e textos matemáticos. Inclui todo o conhecimento matemático

desejável que um aluno saiba, em determinado nível, considerando uma concepção de matemática escolar, na qual os alunos também aprendem o “porquê” de procedimentos e as razões para certos conceitos (por exemplo, por que é necessário que duas frações tenham o mesmo denominador para serem somadas, mas não precisam para serem multiplicadas?). Envolve também certo grau de formalismo que permite, por exemplo, reconhecer que a propriedade comutativa representa uma explicação mais técnica ao fato de que a ordem das parcelas em uma soma não afeta o resultado. Este subdomínio focaliza o conhecimento de tópicos isoladamente, sendo que as conexões entre eles são contempladas no próximo subdomínio, o *conhecimento da estrutura da matemática*.

b) O *conhecimento da estrutura da matemática* (KSM) inclui o conhecimento das principais ideias e estruturas matemáticas, tal como o conhecimento das propriedades e noções relativas a itens específicos, que estão sendo abordados em certo momento ou o conhecimento das conexões entre tópicos atuais e anteriores e itens futuros. Também envolve a ideia de complexidade crescente, conforme explicado em Montes *et al.* (2013). Isto por que o conhecimento matemático do professor não deve incluir apenas os conceitos isoladamente, mas sim, como elementos integrados em um sistema de conexões, que permitirá compreender certos conceitos avançados a partir de uma perspectiva elementar e desenvolver certos conceitos elementares, por meio de ferramentas matemáticas avançadas. Isso implica ver o conteúdo em perspectiva, a matemática básica a partir de um ponto de vista avançado, e matemática avançada do ponto de vista básico. De acordo com Carrillo *et al.* (2013), constituição deste subdomínio incorpora uma parte do conhecimento do horizonte matemático do MKT (as grandes ideias e estruturas da disciplina de matemática), desconsidera elementos que não possuem a natureza de conhecimento (os valores e sensibilidades matemáticas fundamentais) e inclui uma outra parte (as maneiras de proceder em matemática) no subdomínio *conhecimento da prática matemática*, o qual será discutido a seguir.

c) O *conhecimento da prática matemática* (KPM) se refere às maneiras de proceder em matemática. Envolve o conhecimento das formas de conhecer, criar ou produzir na área da Matemática (conhecimento sintático), aspectos da comunicação matemática, raciocínio e prova, saber como definir e usar definições, selecionar representações, argumentar, generalizar e explorar. O conhecimento sobre as relações ou conexões entre os conceitos pertence ao *conhecimento da estrutura da matemática* – KSM e devem ser distinguidos aqui do conhecimento sobre como tais relações são estabelecidas.

Definido desta maneira, MK se estende por toda a gama de conhecimento matemático, que abrange todo o universo da matemática, compreendendo conceitos e procedimentos,

estruturação de ideias, conexões entre os conceitos, a razão para, ou origem de procedimentos, significado de provas e qualquer forma de proceder em matemática, juntamente com a linguagem matemática e sua precisão. A denominação KoT enfatiza que o subdomínio é definido em termos puramente matemáticos e pensamos que isto torna mais claro que o *conhecimento de tópicos* e o *conhecimento da estrutura da matemática* formam um sistema complexo (CARRILLO *et al.*, 2013, p.6, tradução nossa).

Para auxiliar a compreensão das diferenças entre os subdomínios matemáticos e o domínio didático do conteúdo se tem o seguinte exemplo:

[...] saber que o produto de matrizes não é comutável pertence a KoT; saber que este caso é diferente da multiplicação de números naturais pertenceria ao *conhecimento da estrutura* (significa tomar um ponto de vista básico para a multiplicação de matrizes, como multiplicação de números) e saber que os alunos acreditam que o produto de matrizes é comutativa porque extrapolam esta propriedade da multiplicação de números (o que eles aprendem na escola) faria parte do *conhecimento didático do conteúdo* (como vamos agora explicar) (CARRILLO *et al.*, 2013, p.6, tradução nossa).

Os subdomínios ligados ao *Conhecimento didático do Conteúdo* (PCK) são definidos a seguir (CARRILLO *et al.*, 2014; SIDM, 2016):

- a) O *conhecimento do ensino de matemática* (KMT) se alimenta do conhecimento matemático, assim como os demais subdomínios, porém focaliza o conhecimento de como o ensino desta matéria pode ou deve ser realizado, bem como estratégias de ensino diversas, que auxiliem o aluno no desenvolvimento de suas capacidades procedimentais e conceituais em matemática. Inclui conhecer recursos que permitem ao professor escolher uma representação particular ou determinado material para aprendizagem de um conceito ou procedimento matemático, além de permitir a seleção de exemplos ou escolher um livro. Trata-se da integração da matemática e do ensino e está associado, em grande parte, ao KCT do modelo de Ball e colaboradores (MKT). Neste subdomínio se pode localizar o conhecimento de recursos do ponto de vista do seu conteúdo matemático ou do conhecimento de abordar uma série estruturada de exemplos para ajudar os alunos a compreenderem o significado de um item de matemática.
- b) O *conhecimento das características de aprendizagem de matemática* (KFLM) deriva da necessidade do professor entender como os alunos pensam, quando são envolvidos com atividades e tarefas matemáticas. É importante que o professor tenha consciência de que os alunos podem ter problemas com um determinado tópico e isso exige o conhecimento de como os alunos aprendem os conteúdos matemáticos, as características desse processo de compreensão, erros comuns, dificuldades, obstáculos e a linguagem normalmente usada pelos estudantes, ao lidar com cada conceito. Esta consciência é alimentada pelo conhecimento geral do professor sobre o conteúdo e pela sua familiaridade com os alunos. Este subdomínio

engloba uma gama de conhecimentos, incluindo teorias ou modelos de como os alunos aprendem matemática (por exemplo, a teoria APOS de Arnon *et al.* (2014). Não é uma questão de saber essas teorias ou perspectivas, mas sim o seu significado, ou seja, o que essas teorias contribuem para descrever o processo de aprendizagem da matemática. KFLM não é o conhecimento matemático, embora o professor precise ter uma formação em matemática, a fim de compreendê-la e colocá-la em uso. O KCS (do modelo MKT) se refere a conteúdo e alunos, enquanto este subdomínio (KFLM) está preocupado com a forma como a matemática é aprendida, isto é, com a identificação das características da aprendizagem matemática.

- c) O *conhecimento dos parâmetros de aprendizagem de matemática* (KMLS) se ocupa do conhecimento das diretrizes e de especificações curriculares, envolvendo o que está previsto, em cada etapa da educação escolar, em termos de conteúdos e competências (conceituais, procedimentais, atitudinais e de raciocínio matemática nos diversos momentos educativos), normas mínimas e as formas de progressão de um ano para outro, da mesma forma que o conhecimento curricular está posto no modelo MKT. No entanto, este subdomínio amplia o conhecimento dos objetivos e diretrizes de aprendizagem para além do contexto institucional do professor. Este subdomínio também é alimentado por resultados de pesquisas na área de Educação e Educação Matemática, incluindo relatos de vivências de professores experientes sobre a prática, além dos objetivos e medidas de desempenho desenvolvidos por organismos externos, como associações profissionais, pesquisadores e agências educacionais.

O MTSK e seus subdomínios, os quais se acabaram de detalhar, descrevem como compreender o conhecimento específico e especializado de um professor de matemática e servem como categorias de análise em investigações. Por isso, o MTSK pode ser considerado também uma ferramenta metodológica para exploração analítica deste conhecimento. Diversos estudos doutorais estão em andamento e vários já foram concluídos com e sobre o MTSK (AGUILAR, 2016; ESCUDERO, 2015; FLORES, 2015; MONTES, 2015; MORIEL JUNIOR, 2014; ROJAS, 2014), demonstrando sua capacidade para caracterizar conhecimentos mobilizados por professores e futuros professores, envolvendo conteúdos desde a educação infantil até a superior, a partir de uma grande variedade metodológica (ESCUERO *et al.*, 2015). Ainda que o MTSK tenha sido publicado, integral e formalmente, em 2014, este tem sido utilizado em diversos países da América do Sul, do Norte e da Europa, sendo avaliado e utilizado, positivamente, por pesquisadores de grande relevância e impacto na área, como Kilpatrick e Spangler (2015), algo que contribui para respaldar tal marco teórico. Ainda assim, o MTSK se encontra aberto para escrutínio da comunidade de pesquisadores.

4 Conclusão

Neste artigo se discutiu o desenvolvimento dos três modelos teóricos mais amplamente utilizados na Educação Matemática para descrever o conhecimento necessário para um professor ensinar Matemática. Isto permitiu compreender como se deram as mudanças desde os anos 1980 até a atualidade. Embora os três modelos coexistam, os anteriores serviram de base para a elaboração dos posteriores, gerando um progresso, que vai do genérico ao especializado. Tal desenvolvimento inicia com o modelo de conhecimento docente de Lee Shulman, não específico para alguma área, mas cuja categoria do conhecimento didático do conteúdo, o PCK representou um marco retumbante no modo de se compreender características da profissão docente e sua diferenciação com os especialistas das disciplinas. Assim sendo, pesquisadores da Educação Matemática se basearam em tal arcabouço teórico para tentar ampliar a compreensão dos fenômenos relacionados a sua disciplina matemática e, de modo pioneiro, Deborah Ball e seus colaboradores construíram o modelo intitulado *Mathematical Knowledge for Teaching* – MKT. Este modelo teórico se revelou poderoso em descrever o conhecimento docente, mobilizado na prática, reforçando os laços entre aspectos da matemática e do seu ensino. Entretanto, diante de limitações nele encontradas (como a não exclusividade entre suas categorias de conhecimento e a inclusão de elementos, que não tem a natureza de conhecimento, a exemplo das ações ou sentimentos), o grupo espanhol coordenado por José Carrillo desenvolveu o modelo teórico intitulado *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* – MTSK, cuja constituição considera os avanços dos referidos modelos anteriores (além de outros estudos) e tem se mostrado profícuo em superar as limitações deles.

Diante dos resultados encontrados, entende-se que o MTSK – com seus dois domínios (MK e PCK), seus seis subdomínios (KoT, KSM, KPM e KMT, KFLM, KMLS, respectivamente) e as crenças nucleares – é atualmente o modelo teórico, que responde com maior profundidade, clareza e consistência interna a pergunta: qual é o conjunto de conhecimentos especializados, que deve ter um professor para ensinar matemática?

É de grande importância a realização de estudos que caracterizem o conhecimento especializado, mobilizado por professores de matemática, abrangendo todos os conteúdos da educação básica, de modo a configurar panoramas de conhecimento MTSK de cada conteúdo, ou seja, elaborar conjuntos mais amplos possíveis de conhecimento necessário para ensinar cada tema de matemática. Para tanto, acredita-se que isto abre caminho para que se possa realizar investigações, que visem responder, dentre outros questionamentos, os seguintes:

- Qual é o estado do conhecimento sobre os conteúdos matemáticos escolares identificados na literatura, seu ensino e aprendizagem? Como eles se enquadram no

MTSK?

- Qual é o conhecimento MTSK que (futuros) professores mobilizam em situações de ensino dos conteúdos escolares? Quais são as relações entre os diversos subdomínios do MTSK estabelecidos por licenciandos e professores?
- Como preparar professores a partir dos resultados dos itens anteriores? E qual o impacto disso?

Avanços nestas questões indicarão quais conhecimentos especializados são necessários para ensinar matemática e fomentarão elementos, que atendam as necessidades formativas de professores. Acredita-se que tais resultados configuram bases sólidas para a defesa de que ser professor de matemática exige a construção de uma gama de conhecimentos, que são especializados, o que por sua vez implica em uma formação especializada com formadores, que possuam conhecimentos especializados. Consequentemente, estes resultados devem orientar ações e políticas em relação não só aos tempos e componentes curriculares de formação, mas sobretudo à valorização da profissão e à criação/manutenção de condições adequadas de preparação e trabalho.

Referências

- AGUILAR, A. *El conocimiento especializado de una maestra sobre la clasificación de las figuras planas. Un estudio de caso*. 2016. 220f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidad de Huelva, Huelva, 2016.
- ARNON, I. *et al.* APOS theory: a framework for research and curriculum development in mathematics education. Frankfurt: Springer, 2014.
- BALL, D.L.; BASS, H. Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In: ANNUAL MEETING OF THE CANADIAN MATHEMATICS EDUCATION STUDY GROUP, EDMONTON. CONFERENCE PROCEEDINGS. 2002. p. 3-14.
- BALL, D.L.; THAMES, M.H.; PHELPS, G. Content Knowledge for teaching: what makes it special? *J. Teacher Educ.*, v.59, n.5, p.389-407, 2008.
- CARRILLO, J. *et al.* Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de Matemáticas. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones, 2014.
- CARRILLO, J. *et al.* Determining Specialised Knowledge For Mathematics Teaching. In: UBUZ, B.; HASER, C. *et al.* CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION. 8., 2013. Turkey: M.E.T. University, Ankara, 2013. p.2985-2994.
- ESCUADERO, D.I. *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria*. 2015. 200f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidad de Huelva. Huelv, 2015.
- FLORES, E. *Una profundización en la conceptualización de elementos del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)*. 2015. 200f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidad de Huelva, Huelva, 2015.
- HILL, H.C.; BALL, D.L.; SCHILLING, S.G. Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring

- teachers' topic-specific knowledge of students. *J. Res. Mathematics Educ.*, p. 372-400, 2008.
- KILPATRICK, J.; SPANGLER, D.A. Educating future mathematics education professors. *Handbook Int. Res. Mathematics Educ.*, p. 297, 2015.
- MONTES, M.A. *Conocimiento Especializado del profesor de matemáticas acerca del infinito. Un estudio de caso.* 2015. 200f. (Doutorado em Educação Matemática) - Universidad de Huelva. Huelva, 2015.
- MONTES, M.A.; CONTRERAS, L.C.; CARRILLO, J. Conocimiento del profesor de matemáticas: enfoques del MKT y del MTSK. In: BERCIANO, A.; GUTIÉRREZ, G. *Investigación en Educación Matemática XVII Bilbao.* Espanha: SEIEM, 2013. p.403-410
- MORIEL JUNIOR, J.G. *Conhecimento especializado para ensinar divisão de frações.* 2014. 162f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2014.
- MORIEL JUNIOR, J.G.; CARRILLO, J. *Explorando indícios de conhecimento especializado para ensinar matemática com o modelo MTSK.* In: SEMINÁRIO DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 18., 2014, Salamanca, Espanha. *Anais...* Salamanca, Espanha, 2014. p. 1-10.
- RIBEIRO, A.J. Equação e conhecimento matemático para o ensino: relações e potencialidades para a educação matemática. *Bol. Bol. Educ. Matem.*, v.26, n.42, p.535-558, 2012.
- ROJAS, N. *Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas: un estudio de casos.* 2014. 200f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidad de Granada, Granada, 2014.
- ROWLAND, T. The knowledge quartet: the genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *SISYPHUS - J. Educ.*, v.1, n.3, p.15-43, 2013.
- SHULMAN, L.S. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educ. Res.*, v.15, n.2, p.4-14, 1986.
- SHULMAN, L.S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educ. Rev.*, v.57, n.1, p.1-23, 1987.
- SIDM. *Categorías de los subdomínios del MTSK (documento interno).* Huelva, 2016.
- SOSA, L.; AGUAYO, L.M.; HUITRADO, J.L. KFLM: un entorno de aprendizaje para el profesor al analizar los errores de los estudiantes. In: FLORES, C.D.; GONZÁLEZ, M.D.S.G. (Ed.). *Matemática educativa: la formación de profesores.* Madrid: Ediciones Díaz de Santos, 2013. p.279-297.